

Beispiel zum Verfahren von Dixon

Das Verfahren von *Dixon* soll anhand eines Beispiels mit zwei Produkten erläutert werden. Die Bedarfsmengen der beiden Produkte für einen Planungszeitraum von vier Perioden sind in Tabelle D.1 wiedergegeben.



t	1	2	3	4
d_{1t}	110	49	0	82
d_{2t}	48	75	15	120

Tabelle D.1: Bedarfsmengen

Die Produkte werden auf einer Maschine mit Rüstkosten $s_1 = 100$ und $s_2 = 50$ hergestellt. Die Lagerkostensätze betragen $h_1 = 4$ und $h_2 = 1$. Die Maschine steht mit einer konstanten Periodenkapazität von $b_t = 160$ Stunden ($t = 1, \dots, 4$) zur Verfügung. Die Stückbearbeitungszeiten betragen für beide Produkte $tb_1 = tb_2 = 1$ Stunde.

Beispiel zum Verfahren von Dixon

Iteration $\tau = 1$:

Schritt 1:

$$t = 1 : 158 < 160$$

$$t = 2 : 282 < 320$$

$$t = 3 : 297 < 480$$

$$t = 4 : 499 < 640$$

$$r_{11} = 0, q_{11} = 110$$

$$r_{21} = 0, q_{21} = 48$$

$$RC_1 = 2$$

Zulässigkeitsprüfung und Initialisierung der Produktionsmengen der Periode 1

zulässig

zulässig

zulässig

zulässig

Reichweite und Losgröße für Produkt 1 in Periode 1

Reichweite und Losgröße für Produkt 2 in Periode 1

Verbleibende Restkapazität in Periode 1

t	1	2	3	4
q_{1t}	110	–	–	–
q_{2t}	48	–	–	–
$CN_{\tau t}$	–	124	15	202
RC_t	2	160	160	160

Aktuelle (Teil-)Lösung

Schritt 2:

Bestimmung der Periode, ab der der bisherige Produktionsplan unzulässig wird (t_c)

► $t = 2$:

$$CN_{12} = 49 + 75 = 124$$

$$\sum_{j=2}^2 CV_{1j} = 0 \geq \sum_{j=2}^2 (CN_{1j} - b_j) = -36$$

► $t = 3$:

$$CN_{13} = 0 + 15 = 15$$

$$\sum_{j=2}^3 CV_{1j} = 0 \geq \sum_{j=2}^3 (CN_{1j} - b_j) = -181$$

► $t = 4$:

$$CN_{14} = 82 + 120 = 202$$

$$\sum_{j=2}^4 CV_{1j} = 0 \geq \sum_{j=2}^4 (CN_{1j} - b_j) = -139$$

$$t_c = 5 \geq T = 4$$

Die Kapazität in Periode 2 (160) reicht aus, um die gesamte noch bereitzustellende Bedarfsmenge der Periode 2 (124) zu produzieren. Es bleibt ein Kapazitätsüberschuß von 36.

Die kumulierte Kapazität der Perioden 2 und 3 (320) reicht aus, um den gesamten Bedarf der Perioden 2 und 3 (139) zu produzieren. Es bleibt ein Kapazitätsüberschuß von 181.

Die kumulierte Kapazität der Perioden 2 bis 4 (480) reicht insgesamt aus, um den gesamten Bedarf der Perioden 2 bis 4 (341) zu produzieren. Es bleibt ein Kapazitätsüberschuß von 139.

Die vorliegenden Losgrößen in Periode 1 können produziert werden, ohne daß in den nachfolgenden Perioden (2 bis 4) ein nicht innerhalb dieser Perioden abdeckbarer Kapazitätsfehlbedarf auftritt.

Schritt 3:

$$d_{12} \cdot tb_1 = 49 > RC_1 = 2$$

$$d_{22} \cdot tb_2 = 75 > RC_1 = 2$$

Versuch, die Lose der Periode 1 zu vergrößern

Die Reichweite für Produkt 1 reicht nicht bis zur Periode t_c . Eine Vergrößerung der Produktionsmenge für Produkt 1 in Periode 1 wird in Betracht gezogen. Die Restkapazität (2) reicht jedoch nicht aus, um den Bedarf der Periode 2 (49) schon in Periode 1 zu produzieren.

Die Reichweite für Produkt 2 reicht nicht bis zur Periode t_c . Eine Vergrößerung der Produktionsmenge für Produkt 2 in Periode 1 wird in Betracht gezogen. Es steht jedoch nicht genügend Restkapazität zur Verfügung, um den Bedarf der Periode 2 (75) schon in Periode 1 zu produzieren.

Iteration $\tau = 2$:

Schritt 1:

$$r_{12} = 0, q_{12} = 49$$

$$r_{22} = 0, q_{22} = 75$$

$$RC_2 = 36$$

Initialisierung der Produktionsmengen in Periode 2

Reichweite und Losgröße für Produkt 1 in Periode 2

Reichweite und Losgröße für Produkt 2 in Periode 2

Verbleibende Restkapazität in Periode 2. Nach Produktion der Bedarfsmengen der Periode 2 steht noch eine Restkapazität von 36 Stunden zur Verfügung.

t	1	2	3	4
q_{1t}	110	49	–	–
q_{2t}	48	75	–	–
$CN_{\tau t}$	–	–	15	202
RC_t	2	36	160	160

Aktuelle (Teil-)Lösung

Schritt 2:

Bestimmung der Periode, ab der der bisherige Produktionsplan unzulässig wird (t_c)

► $t = 3$:

$$CN_{23} = 0 + 15 = 15$$

$$\sum_{j=3}^3 CV_{2j} = 0 \geq \sum_{j=3}^3 (CN_{2j} - b_j) = -145$$

Die Kapazität der Periode 3 (160) reicht aus, um den gesamten Bedarf der Periode 3 (15) zu produzieren. Es bleibt ein Kapazitätsüberschuß von 145.

► $t = 4$:

$$CN_{24} = 82 + 120 = 202$$

$$\sum_{j=3}^4 CV_{2j} = 0 \geq \sum_{j=3}^4 (CN_{2j} - b_j) = -103$$

Die kumulierte Kapazität der Perioden 3 und 4 (320) reicht aus, um den gesamten Bedarf der Perioden 3 und 4 (217) zu produzieren. Es bleibt ein Kapazitätsüberschuß von 103.

$$t_c = 5 \geq T = 4$$

Die für Periode 2 eingeplanten Losgrößen können produziert werden, ohne daß in den nachfolgenden Perioden (3 bis 4) ein nicht innerhalb dieser Perioden abdeckbarer Kapazitätsfehlbedarf auftritt.

Schritt 3:

Versuch, die Lose der Periode 2 zu vergrößern

$$r_{12} = 1$$

Da der Bedarf des Produkts 1 in Periode 3 Null ist, kann die Reichweite des Produkts 1 in Periode 2 direkt auf $r_{12} = 1$ erhöht werden.

$$d_{23} \cdot tb_2 = 15 < RC_2 = 36$$

Die Reichweite des in Periode 2 aufgelegten Loses für Produkt 2 reicht nicht bis zum Ende des Planungshorizonts (d. h. bis zur Periode $t_c = 5$). Daher wird überprüft, ob der Bedarf der Periode 3 noch in das Los aufgenommen werden kann. Die Restkapazität (36) reicht aus, um den Bedarf der Periode 3 bereits in Periode 2 zu produzieren. Jetzt ist zu prüfen, ob es sich unter Kostengesichtspunkten lohnt, das in Periode 2 aufgelegte Los für Produkt 2 um den Bedarf der Periode 3 zu vergrößern.

$$\Delta_{23} = \frac{\frac{50}{1} - \frac{50+1 \cdot 15}{2}}{1 \cdot 15} = 1.16667$$

Veränderung der Kosten pro zusätzlich eingesetzter Kapazitätseinheit bei Erhöhung der Produktionsmenge des Produkts 2 um den Bedarf der Periode 3. Da die Kosten sinken, ist es vorteilhaft, die Produktionsmenge für Produkt 2 in Periode 2 um den Bedarf der Periode 3 zu erhöhen.

Später wird sich herausstellen, daß dies unvorteilhaft ist, da wegen der knappen Kapazität in Periode 4 ein Los in Periode 3 aufgelegt werden muß. Dabei bleibt soviel Kapazität übrig, daß auch noch der Bedarf der Periode 3 produziert werden kann. Aufgrund dieser Überlegungen wird die soeben vorgenommene Erhöhung der Produktionsmenge in Periode 2 später wieder rückgängig gemacht.

$$l = 2$$

Index des Produkts, für das die in Periode 2 verbliebene Restkapazität verwendet wird.

$$r_{22} = 1$$

Neue Reichweite für Produkt 2 in Periode 2

$$q_{22} = 90$$

$$RC_2 = 21$$

$$d_{23} = 0$$

Neue Losgröße für Produkt 2 in Periode 2

Verbleibende Restkapazität in Periode 2

Bedarfsmenge des Produkts 2 in Periode 3 wurde vorgezogen.

t	1	2	3	4
q_{1t}	110	49	–	–
q_{2t}	48	90	–	–
$CN_{\tau t}$	–	–	–	202
RC_t	2	21	160	160

Aktuelle (Teil-)Lösung

Schritt 2:

► $t = 3$:

$$CN_{23} = 0$$

$$\sum_{j=3}^3 CV_{2j} = 15 \geq \sum_{j=3}^3 (CN_{2j} - b_j) = -160$$

Bestimmung der Periode, ab der der bisherige Produktionsplan unzulässig wird (t_c)

Die Kapazität der Periode 3 (160) reicht aus, um den gesamten noch in Periode 3 zu deckenden Bedarf der Periode 3 (0) zu produzieren. Auf der linken Seite der Ungleichung wird die in Periode 2 bereits produzierte Bedarfsmenge der Periode 3 erfaßt.

► $t = 4$:

$$CN_{24} = 202$$

$$\sum_{j=3}^4 CV_{2j} = 15 \geq \sum_{j=3}^4 (CN_{2j} - b_j) = -118$$

Die kumulierte Kapazität der Perioden 3 und 4 (320) reicht aus, um den gesamten noch nicht gedeckten Bedarf der Perioden 3 und 4 (202) zu produzieren. Es bleibt ein Kapazitätsüberschuß von 118.

$$t_c = 5 \geq T = 4$$

Die für Periode 2 eingeplanten Produktionsmengen können produziert werden, ohne daß in den nachfolgenden Perioden (3 bis 4) ein nicht innerhalb dieser Perioden abdeckbarer Kapazitätsfehlbedarf auftritt.

Schritt 3:

$$d_{14} \cdot tb_1 = 82 > RC_2 = 21$$

Versuch, die Lose der Periode 2 weiter zu vergrößern

Der Bedarf der Periode 4 für Produkt 1 ist größer als die Restkapazität. Daher kann die Losgröße für Produkt 1 in Periode 2 nicht erhöht werden.

$$d_{24} \cdot tb_2 = 120 > RC_2 = 21$$

Der Bedarf der Periode 4 für Produkt 2 ist größer als die Restkapazität. Daher kann die Losgröße für Produkt 2 in Periode 2 nicht vergrößert werden.

Iteration $\tau = 3$:

Schritt 1:

$$r_{13} = 0, q_{13} = 0$$

Initialisierung der Produktionsmengen in Periode 3

Reichweite und Produktionsmenge für Produkt 1 in Periode 3. In Periode 3 liegt kein Bedarf für Produkt 1 vor.

$$r_{23} = 0, q_{23} = 0$$

Reichweite und Produktionsmenge für Produkt 2 in Periode 3. Der Bedarf der Periode 3 wird bereits in Periode 2 produziert.

$$RC_3 = 160$$

Verbleibende Restkapazität in Periode 3

Schritt 2:► $t = 4$:

$$CN_{34} = 82 + 120 = 202$$

$$\sum_{j=4}^4 CV_{3j} = 0 < \sum_{j=4}^4 (CN_{3j} - b_j) = 42$$

$$t_c = 4$$

Bestimmung der Periode, ab der der bisherige Produktionsplan unzulässig wird (t_c)

Die in Periode 4 fehlende Kapazität (42) ist größer als die Menge, die bereits durch Produktion in Periode 3 (0) abgedeckt wird. Werden nicht mindestens 42 Mengeneinheiten des Bedarfs der Periode 4 früher (in Periode 3) produziert, dann kann keine zulässige Lösung erreicht werden.

Es liegt nun die Situation vor, daß die Produktionsmengen in Periode $\tau = 3$ erhöht werden müssen, damit der Kapazitätsfehlbedarf in Periode 4 abgedeckt werden kann.

Schritt 3:

$$\Delta_{13} = \frac{\frac{100}{1} - \frac{100+4 \cdot 82}{2}}{1 \cdot 82} = -1.3902$$

$$\Delta_{23} = \frac{\frac{50}{1} - \frac{50+1 \cdot 120}{2}}{1 \cdot 120} = -0.2917$$

Versuch, die Lose der Periode 3 zu vergrößern

Pro zusätzlicher für Produkt 1 eingesetzter Kapazitätseinheit in Periode 3 steigen die Kosten um 1.3902.

Pro zusätzlicher für Produkt 2 eingesetzter Kapazitätseinheit steigen die Kosten um 0.2917. Da in beiden Fällen die Kosten steigen würden, lohnt sich die Erhöhung der Produktionsmengen der Periode $\tau = 3$ unter Kostengesichtspunkten nicht. Weiter bei Schritt 4.

Schritt 4:Weiter bei Schritt 5, da $t_c = 4$

Prüfung, ob ein zulässiger Produktionsplan vorliegt

Es liegt noch kein zulässiger Produktionsplan vor.

Schritt 5:

$$Q = 42$$

Bestimmung der in Periode 3 für spätere Perioden noch bereitzustellenden Kapazität

Kapazitätsfehlbedarf in späteren Perioden. Da in Periode 4 insgesamt 42 Kapazitätseinheiten fehlen, müssen diese bereits in Periode 3 bereitgestellt werden.

Schritt 6:

$$r_{13\text{neu}} = \frac{42}{82} = 0.51$$

$$r_{23\text{neu}} = \frac{42}{120} = 0.35$$

$$\Delta_{13} = \frac{\frac{0}{1} - \frac{100+4 \cdot 42}{1.51}}{42} = -4.2258$$

Wird der Kapazitätsbedarf durch Produktion des Produkts 1 abgedeckt, dann muß die Reichweite des in Periode 3 aufzulegenden Loses mindestens 0.51 betragen.

Wird der Kapazitätsbedarf durch Produktion des Produkts 2 abgedeckt, dann muß die Reichweite des in Periode 3 aufzulegenden Loses mindestens 0.35 betragen.

Veränderung der Kosten pro zusätzlich eingesetzter Kapazitätseinheit bei Produktion von Produkt 1. Achtung: In Periode 3 wurde nicht produziert. Daher wird beim Kostenvergleich für die Rüstkosten 0 eingesetzt. Es wird davon ausgegangen, daß nur die dem Kapazitätsfehlbedarf entsprechende Bedarfsmenge (42) früher produziert wird.

$$\Delta_{23} = \frac{0}{1} - \frac{50+1 \cdot 42}{1.35} = -1.6223$$

$$r_{23} = 0.35, q_{23} = 42$$

$$d_{24} = 120 - 42 = 78$$

t	1	2	3	4
q_{1t}	110	49	–	–
q_{2t}	48	90	42	–
$CN_{\tau t}$	–	–	–	160
RC_t	2	21	118	160

Veränderung der Kosten pro zusätzlich eingesetzter Kapazitätseinheit bei Produktion von Produkt 2. Die Erhöhung der Produktionsmenge des Produkts 2 (um 42 Mengeneinheiten) ist mit dem geringsten Kostenanstieg verbunden.

Neue Reichweite und Losgröße für Produkt 2 in Periode 3. Der restliche Bedarf des Produkts 2 in Periode 4 wird durch ein Los in Periode 4 gedeckt. Dadurch wird erreicht, daß die Lagerkosten so gering wie möglich steigen.

Noch zu produzierende Bedarfsmenge für Produkt 2 in Periode 4.

Aktuelle (Teil-)Lösung

Iteration $\tau = 4$:

Schritt 1:

$$r_{14} = 0, q_{14} = 82$$

$$r_{24} = 0, q_{24} = 78$$

$$RC_4 = 0$$

Reichweite und Produktionsmenge für Produkt 1 in Periode 4.

Reichweite und Produktionsmenge für Produkt 2 in Periode 4.

Verbleibende Restkapazität in Periode 4

t	1	2	3	4
q_{1t}	110	49	–	82
q_{2t}	48	90	42	78
$CN_{\tau t}$	–	–	–	–
RC_t	2	21	118	0

Aktuelle (Teil-)Lösung

Schritt 2:

$$t_c = 5$$

STOP

Das Ende des Planungshorizonts ist erreicht.

Die vorliegende Lösung kann noch weiter verbessert werden. So kann man z. B. überprüfen, ob alle Produktmengen so spät wie möglich produziert werden. Dies ist für die Bedarfsmengen des Produkts 2 in Periode 3 nicht der Fall. Die Verschiebung der zu früh eingeplanten 15 Mengeneinheiten des Produkts 2 aus Periode 2 in Periode 3 ergibt den in Tabelle D.2 dargestellten Produktionsplan.

t	1	2	3	4
q_{1t}	110	49	–	82
q_{2t}	48	75	57	78
RC_t	2	36	103	0

Tabelle D.2: Optimaler Produktionsplan