Beispiel zum Verfahren von Sahling

Zur Veranschaulichung betrachten wir wieder die Erzeugnisstruktur aus Bild D.14. Für einen Planungszeitraum von $T = 10$ Perioden sind Primärbedarfe für das Endprodukt A in Höhe von 6, 11, 15, 7, 28, 7, 6, 12, 5 und 15 ME zu decken. Die Rüstzeiten sind einheitlich gleich 10. Die marginalen Lagerkosten pro ZE und ME betragen für das Produkt A (B, C, D) 1.8 (0.1, 0.1, 1.0) GE. Für die Rüstkosten werden 30 GE angenommen. Die Produkte werden durch eine Ressource mit einer Periodenkapazität von 110 ZE produziert.

Als Lösungsstrategie zur Bildung der Subprobleme wählen wir zunächst die *produktorientierte* Strategie. Zur Bestimmung der Reihenfolge, in der die produktspezifischen Submodelle gebildet werden, wird zunächst die LP-Relaxation des MLCLSP, in der die Ganzzahligkeitsbedingungen der Rüstvariablen gestrichen worden sind, gelöst. Auf der Basis der optimalen Lösung des relaxierten Modells werden dann die produktspezifischen Gesamtkosten ermittelt. Diese bilden das Kriterium, nach dem die Produkte sortiert werden. In dem Beispiel ergibt sich die Sortierreihenfolge $\{2,1,3,4\}$. Es folgt die *ressourcenorientierte* Strategie und schließlich wird die *prozeßorientierte* Strategie eingesetzt. In der folgenden Darstellung des Verfahrenablaufs werden die jeweils zu optimierenden Variablen (Menge $\mathcal{V}^{\text{opt}}$) durch Pfeile markiert.

Beispiel zum Verfahren von Sahling

Start:

$k\backslash t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Obwohl in jeder Periode für jedes Produkt gerüstet wird, übersteigt der gesamte Kapazitätsbedarf in Periode 5 mit $28 + 28 + 28 + 56 = 140$ die gesamte verfügbare Kapazität. Daher kommt es bereits hier zu kapazitätsbedingter Vorausproduktion. Zu den Rüstkosten in Höhe von $4 \cdot 10 \cdot 30 = 1200$ kommen noch Lagerkosten in Höhe von 96.25 hinzu. Überstunden sind nicht erforderlich. Damit beträgt der aktuelle Zielwert $Z^{\text{UB}} = 1296.25$.

Iteration $\ell = 1$:

$Z^{\ell} = 1296.25$

Produktorientierte Subproblembildung:

	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
$k\backslash t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
→2	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Produkt 2 optimiert, Produkt 1, 3, 4 fixiert
$Z = 1169.50$,
keine Überstunden,
$Z < Z^\ell \rightarrow Z^\ell = Z$

	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
$k\backslash t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
→1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1
2	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Produkt 1 optimiert, Produkt 2, 3, 4 fixiert
$Z = 1146.15$,
keine Überstunden,
$Z < Z^\ell \rightarrow Z^\ell = Z$

	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
$k\backslash t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1
2	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
→3	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Produkt 3 optimiert, Produkt 1, 2, 4 fixiert
$Z = 1033.10$,
keine Überstunden,
$Z < Z^\ell \rightarrow Z^\ell = Z$

	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
$k\backslash t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1
2	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
3	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1
→4	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1

Produkt 4 optimiert, Produkt 1, 2, 3 fixiert
$Z = 989.10$,
keine Überstunden,
$Z < Z^\ell \rightarrow Z^\ell = Z$

Ressourcen- und periodenorientierte Subproblembildung:

	↓	↓	↓	↓						
$k\backslash t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
→1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1
→2	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
→3	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1
→4	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1

Alle Produkte, Perioden 1 bis 4
$Z = 989.10$, (keine Änderung der Lösung)
keine Überstunden

$k \backslash t$	1	2	↓ 3	↓ 4	↓ 5	↓ 6	7	8	9	10
→1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1
→2	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
→3	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1
→4	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1

Alle Produkte, Perioden 3 bis 6
$Z = 984.70$,
keine Überstunden,
$Z < Z^\ell \rightarrow Z^\ell = Z$

$k \backslash t$	1	2	3	4	↓ 5	↓ 6	↓ 7	↓ 8	9	10
→1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1
→2	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
→3	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1
→4	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1

Alle Produkte, Perioden 5 bis 8
$Z = 962.60$,
keine Überstunden,
$Z < Z^\ell \rightarrow Z^\ell = Z$

$k \backslash t$	1	2	3	4	5	6	↓ 7	↓ 8	↓ 9	↓ 10
→1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1
→2	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
→3	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1
→4	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1

Alle Produkte, Perioden 7 bis 10
$Z = 962.60$, keine Änderung
keine Überstunden

Prozeß- und periodenorientierte Subproblembildung:

$k \backslash t$	↓ 1	↓ 2	↓ 3	↓ 4	↓ 5	6	7	8	9	10
→1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1
→2	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
3	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1
4	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1

Produkte 2 und 1 (Nachfolger von 2) , Perioden 1 bis 5
$Z = 962.60$, keine Änderung

Produkte	Perioden	Z
2 und 1	6 bis 10	962.60
3 und 1	1 bis 5	962.60
3 und 1	6 bis 10	962.60
4 und 2	1 bis 5	962.60
4 und 2	6 bis 10	962.60
4 und 3	1 bis 5	962.60
4 und 3	6 bis 10	962.60

$Z^{\text{UB}} = 962.60$

Es folgen einige Subprobleme, deren Lösung keine Verbesserung bringt. Damit ist die erste Iteration beendet.

Iteration $\ell = 2$:

$Z^{\ell} = 962.60$

Produktorientierte Subproblembildung:

	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
$k\backslash t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1
→2	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
3	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1
4	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1

Produkt 2 optimiert, Produkt 1, 3, 4 fixiert
$Z = 962.60$, keine Änderung

Produkt	Perioden	Z
1	1 bis 10	962.60
3	1 bis 10	962.60
4	6 bis 10	962.60

Es folgen einige Subprobleme, deren Lösung keine Verbesserung bringt.

Ressourcen- und periodenorientierte Subproblembildung:

	↓	↓	↓	↓						
$k\backslash t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
→1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1
→2	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1
→3	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1
→4	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1

Alle Produkte, Perioden 1 bis 4
$Z = 957.65$,
keine Überstunden
$Z < Z^{\ell} \rightarrow Z^{\ell} = Z$

Produkte	Perioden	Z
alle	3 bis 6	957.65
alle	5 bis 8	957.65
alle	7 bis 10	957.65

Es folgen einige Subprobleme, deren Lösung keine Verbesserung bringt.

Prozeßorientierte Subproblembildung:

Produkte	Perioden	Z
2 und 1	1 bis 5	957.65
2 und 1	6 bis 10	957.65
3 und 1	1 bis 5	957.65
3 und 1	6 bis 10	957.65

Prozeßorientierte Subproblembildung (Fortsetzung):

Produkte	Perioden	Z
4 und 2	1 bis 5	957.65
4 und 2	6 bis 10	957.65
4 und 3	1 bis 5	957.65
4 und 3	6 bis 10	957.65

$Z^{\mathrm{UB}} = 957.65$ Keine weitere Verbesserung.

Iteration $\ell = 3$:

$Z^{\ell} = 957.65$

In Iteration 3 ändert sich die Lösung nicht mehr. Daher wird das Verfahren beendet. Die gefundene Lösung ist eine (von zwei) global optimalen Lösungen.